

Universitatea din Craiova
Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică
Examen de admitere la licență - Sesiunea iulie 2017
Domeniul Calculatoare și Tehnologia Informației

Proba scrisă la matematică

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați modulul numărului complex $z = (1 + i)^4$.
- 5p** 2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x + 4^{1-x} = 5$.
- 5p** 3. Calculați suma $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{2017}}$.
- 5p** 4. Determinați valorile reale ale numărului m , știind că $x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 = 0$, unde x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației $x^2 - mx + 1 = 0$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 0)$ și $B(0, 1)$. Calculați distanța de la punctul $O(0, 0)$ la dreapta AB .
- 5p** 6. Arătați că $(\sin x + 3 \cos x)^2 + (3 \sin x - \cos x)^2 = 10$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & m & 1 \\ 2m + 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.
- 5p** a) Calculați $\det(A)$.
- 5p** b) Determinați $m \in \mathbb{R}$, astfel încât matricea A să fie inversabilă.
- 5p** c) Determinați $x, y, z \in \mathbb{R}$, știind că $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ și $m = 1$.
2. Pe mulțimea $G = (-3, 3)$ se definește legea de compoziție dată de $x * y = \frac{9x + 9y}{9 + xy}$ și fie funcția $f : G \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3 - x}{3 + x}$.
- 5p** a) Determinați elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p** b) Arătați că $f(x * y) = f(x) \cdot f(y)$, oricare ar fi $x, y \in G$.
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea G ecuația $\underbrace{x * x * \dots * x}_x \text{ de } 9 \text{ ori} = 0$, știind că legea de compoziție „*” este asociativă.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x^2 + 1}$.
- 5p** a) Determinați $f'(x)$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 0$.
- 5p** c) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x))^{\frac{1}{x}}$.
2. Se consideră funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^{-x^2}$ și $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^x f(t) dt$.
- 5p** a) Arătați că graficul funcției F are exact două puncte de inflexiune.
- 5p** b) Calculați aria suprafeței plane mărginite de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.
- 5p** c) Arătați că $\int_0^1 F(x) dx \geq \frac{4 - \pi}{8}$.

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.